***1.5 Линейный классификатор***

***1.***

***Линейный классификатор***  строится на основе линейной разделяющей гиперповерхности.

Главным достоинством линейного классификатора является его простота и вычислительная эффективность.

Рассмотрим задачу построения линейной разделяющей гиперповерхности в виде линейной дискриминантной функции:

,

где=(,,…,) – весовой вектор, – порог.

Поведение решения задается уравнением *g*(*x*) 0 .

2.

Пусть и – два конечных множества векторов в евклидовом пространстве, относящихся к классу соответственно:

принадлежит классупри *g*(*x*) 0 ,

принадлежит классу при *g*(*x*) 0 .

***Задача***: Необходимо установить разделимость множестви ,

то есть найти гиперплоскость, разделяющую эти множества.

Рассмотрим решение на примере двумерной задачи, когда образы представляются точками на плоскости.

***3.***

***Определение.*** Множество, содержащее отрезок, соединяющий две произвольные внутренние точки, называются выпуклыми

***Определение.*** Выпуклая оболочка – это минимальное выпуклое множество, содержащее данное множество.

***Утверждение 1.*** Два множества на плоскости линейно разделимы тогда и только тогда, когда их выпуклые оболочки не пересекаются.

Из утверждения следует очевидная процедура проверки разделимости множеств на плоскости.

***4.***

***Процедура 1*** (проверка условия разделимости)

Шаг 1. Построить выпуклые оболочки.

Шаг 2. Проверить пересечение выпуклых оболочек.

Если они не пересекаются - множества разделимы.

***Процедура 2*** (построение разделяющей прямой)

Шаг 1. Найти ближайшую пару точек в выпуклых оболочках обоих множеств.

Шаг 2. Построить срединный перпендикуляр к отрезку, соединяющему эти точки.

Этот перпендикуляр и будет разделяющей прямой.

5.



6.

Пусть размерность векторов признаков *X* и коэффициентов *W* равна *n*.

Рассмотрим «пополненные» вектора *X* , *W*следующего вида:

= () пополненный вектор признаков;

= (, ) - пополненный весовой вектор.

Рассмотрим в (*n*1) -мерном пространстве однородную линейную функцию

.

7.

Справедливо следующее утверждение.

***Утверждение 2***.

Множества и , линейно разделимы в пространстве

дискриминантной функцией тогда и только тогда,

когда в пополненном пространстве они разделимы однородной

дискриминантной функцией

.

***8.***

***Математическая модель нейрона***

Обобщенная схема нейрона имеет следующий вид:



9.

- ,…,– компоненты вектора,…,; – сумматор;

–синоптические веса; – порог; *f* – функция активации.

Выходом сумматора является величина ,

является входом (аргументом) функции активации.

Значение функции активации вычисляется на основе определения знака суммы:

и .

10.

Таким образом, нейрон - линейный классификатор с дискриминантной функцией

Задача построения линейного классификатора сводится к задаче обучения нейрона, т.е. подбору соответствующих весов и порога.

Обучение состоит в коррекции весов и порога .

***11.***

***Алгоритм персептрона.***

Алгоритм персептрона - последовательная итерационная процедура.

Общий шаг состоит в предъявлении нейрону очередного вектора-прецедента и коррекции весов по результатам классификации.

Прецеденты предъявляются циклически - после предъявления последнего снова предъявляется первый.

Процесс обучения заканчивается, когда нейрон правильно классифицирует все прецеденты.

13.

Пусть весовой вектор после *k-й* итерации,

– прецедент, предъявляемый на *k-й* итерации.

***Общий k-й шаг алгоритма***:

Если ;

Если +;

Если ;

Если +

.

14.



***g (x) – дискриминантная функция*** после *k*-го шага алгоритма;

***– весовой вектор*** после *k*-го шага алгоритма.

15.

***Основной вопрос*** связан со сходимостью алгоритмом персептрона:

конечен ли итерационный процесс обучения?

***Теорема Новикова.*** Пусть

- {} – бесконечная последовательность векторов из двух непересекающихся множеств ;

- существует гиперплоскость, проходящая через начало координат и разделяющая (не имеющая с ними общих точек).

Тогда число шагов алгоритма персептрона (число коррекций весового вектора) конечно.